

文章编号 1004-924X(2017)增-0167-07

多快拍加权平滑 l_0 范数 DOA 估计

单泽彪¹, 刘小松¹, 王春阳^{1*}, 陈 淼², 石要武²

(1. 长春理工大学 电子信息工程学院, 吉林 长春 130022;

2. 吉林大学 通信工程学院, 吉林 长春 130022)

摘要:针对现有基于压缩感知的 DOA 估计算法估计精度不高的问题, 本文提出一种多快拍加权平滑 l_0 范数 DOA 估计方法。所提方法采用一种新的加权方式, 在构造一个恰当的平滑连续函数后, 根据接收数据的初始解确定一个合适的递减的 $\{\sigma\}$ 序列 $[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_T]$, 并对每一个 σ 值, 用最速下降法来求解 l_0 范数的逼近函数 $H_\sigma(S)$ 的最小值; 然后将该 σ 值作为下一次迭代的初始值, 并在每次迭代开始时更新权值, 通过多次的迭代获得逼近函数的最小解即逼近的最小 l_0 范数。所提方法可对 DOA 进行有效估计, 且容易实现、精度较高, 与未加权的多快拍平滑 l_0 范数 DOA 估计方法相比具有更好的估计性能。最后通过仿真实验对所提方法进行了验证, 结果表明: 本文所提方法在快拍数 $L=32$ 、信噪比 $\text{SNR}=-5$ dB 和阵元数 $M=16$ 的条件下, 对两个窄带目标信号 DOA 进行估计的均方根误差为 0.480° , 基本达到了阵列信号处理中目标估计方法的设计要求。

关键词:阵列信号处理; DOA 估计; 压缩感知; 加权平滑 l_0 范数

中图分类号: TN911; TP391 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20172513.0167

DOA estimation of weighted smoothed l_0 norm under multiple snapshots

SHAN Ze-biao¹, LIU Xiao-song¹, WANG Chun-yang^{1*}, CHEN Miao², SHI Yao-wu²

(1. School of Electronic and Information Engineering, Changchun University
of Science and Technology, Changchun 130022, China;

2. College of Communication Engineering, Jilin University, Changchun 130022, China)

* Corresponding author, E-mail: wangchunyang19@163.com

Abstract: Aimed at the problem of low estimated accuracy of existing DOA estimation algorithms based on compressed sensing, a DOA estimation method of weighted smoothed L_0 norm under multiple snapshots was proposed in the thesis. A new weighting method was adopted in the proposed method. After a proper smooth continuous function was constructed, a proper decreasing sequence of set was determined according to initial solution of receiving data, and the minimum value of approximation function of L_0 norm was solved by the steepest descent method for every σ value; then the σ value was taken to be initial value of the next iteration, weight was updated at the beginning of each iteration, and minimum solution of approximation function namely minimum L_0 norm of approximation was obtained by multiple iterations. Proposed method could implement effective estimation for DOA. It was easy to be realized with higher accuracy and had better estimation performance compared with

收稿日期: 2017-05-02; 修订日期: 2017-06-28.

基金项目: 国防基础科研计划资助项目 (No. JCKY-2016411C006); 国家自然科学基金资助项目 (No. 61571462)

unweighted DOA estimation method of smoothed l_0 norm under multiple snapshots. Finally, the proposed method was verified by simulation experiment. The result shows that root mean square error of DOA estimation for two narrow-band target signal is 0.4809° under the condition that snapshots with 32, signal noise ratio with -5 dB and array elements with 6 in the proposed method, which reaches design requirement of target estimation method in array signal processing basically.

Key words: array signal processing; Direction of Arrival (DOA) estimation; compressed sensing; weighted smoothed l_0 norm

1 引言

波达方向(Direction of Arrival, DOA)估计一直是阵列信号处理领域中一项重要的研究内容,其在电子侦察、雷达探测等方面均有广泛的应用,近年来发展迅速^[1-3]。诸多 DOA 估计方法中性能最优的当属最大似然估计(Maximum Likelihood, ML)^[4]方法,但其在求解过程中需要非线性多维搜索,计算量巨大。另外就是两大经典的子空间分解类算法:多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)^[5]算法和信号参数旋转不变(Estimation Signal Parameter via a Rotational Invariant Technique, ESPRIT)^[6]算法,其中, MUSIC 算法及其改进算法通过对阵列接收信号的协方差矩阵进行分解,得到两个正交的信号子空间和噪声子空间以构造谱峰,在良好条件下,其估计精度可达到克拉美罗下限,但该算法需要谱峰搜索。ESPRIT 算法虽不需谱峰搜索,但在相同条件下,其估计性能略逊于 MUSIC 算法。上述两类算法在应用时通常需要较多的快拍数,并且在遇到空间目标信号源为相干源时,则不能够有效地进行 DOA 估计。尽管上述算法可以通过平滑处理的方法来解决相干源的问题,但这样会损失一定的阵列孔径,导致分辨性能的降低。

压缩感知(Compressed Sensing, CS)理论^[7-8]是一套关于稀疏信号采集与恢复的新理论。该理论主要包含被测数据的采样过程和数据的恢复过程,在采样过程中能够以远低于奈奎斯特采样率的不完整测量得到重建结果,而恢复过程即压缩感知理论中的重构算法研究。压缩感知方法对于相干信号具有天然的解相干性,再加上空间目标信号本身的稀疏特性^[9],近年来,许多基于压缩感知理论的方法被用于空间目标的 DOA 估计中^[10-12]。贪婪算法^[9]是在实际中得到广泛应用的

方法之一,该算法的关键之处在于找到测量矩阵中提供能量最大的某列原子,然后反复不断地迭代直到终止条件。贪婪算法的计算复杂度较低,但通常得不到最优解,精度不高。 l_1 -SVD(l_1 -norm Singular Value Decomposition)^[13]算法是另一个得到广泛应用的方法,为了降低计算量该算法首先对接收数据进行奇异值分解,然后利用凸优化理论中的 l_1 范数重构算法将目标信号的 DOA 重构出来,能够在较少快拍数的情况下实现 DOA 的精确估计,且相干信源对恢复过程没有任何的影响。但该算法重构过程复杂,在大型阵列结构中应用的难度较大,并且算法中需要用经验的方法来给定平衡稀疏度与噪声的参数,而该值的选取会对最终的估计效果造成较大的影响。

平滑 l_0 范数重构算法^[14-15](Smoothed l_0 norm, SLO)在 2009 年由 Mohimani 等人首次提出,算法采用最速下降法和梯度投影的原理,首先构造一个带参数的平滑连续函数来逼近信号的最小 l_0 范数,然后将求解最小 l_0 范数问题转化为平滑连续函数的极值问题。为进一步提高性能,本文提出一种基于多快拍加权平滑 l_0 范数(Multiple Snapshots Weighted Smoothed l_0 , MWSLO)的 DOA 估计方法。本文所提方法在快拍数较少的条件下就能对 DOA 进行较好地估计,方法容易实现且精度较高。本文最后将所提方法与未加权的多快拍平滑 l_0 范数(Multiple Snapshots Smoothed l_0 , MSL0)DOA 估计方法进行仿真实验,对比其性能,验证所提 DOA 估计算法的有效性。

2 压缩感知理论的阵列接收数据模型

在阵列信号处理领域中,空间目标信号源总是有限的,因此在任意观测时刻,其相对于整个观测空间来说都是稀疏的^[12]。故空间目标信号可

直接表示成稀疏信号。

假设一个均匀线阵由 M 个位置分别位于 $(0, d_1, \dots, d_{M-1})$ 的阵元组成,观测空间中有 K 个波达方向分别为 $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_K)$ 的远场窄带运动目标信号源。均匀线阵的接收范围是 $(-90^\circ, 90^\circ)$,将该范围内的整个空间按等角度划分为 $2N+1$ 份,则 $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{2N+1}\}$ 表示所有可能的波达方向集合,其中 $\theta_i = -\frac{\pi}{2} + \frac{i-1}{N} \frac{\pi}{2}, i = 1, 2, \dots, 2N+1$ 。从信号能量分布的角度上看,空间中只有在 K 个真实目标信号源的波达方向上才有能量分布,其他方向均没有能量分布。所有可能的波达方向集合 $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{2N+1}\}$ 的每个角度都与一个导向矢量一一对应,导向矢量矩阵即阵列流型矩阵为 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_{2N+1}]$,它是一个 $M \times (2N+1)$ 维的矩阵,在压缩感知理论框架下是一个过完备冗余字典,起测量矩阵的作用,其中 $\mathbf{a}_i = (1, e^{-j\pi \sin \theta_i}, \dots, e^{-j\pi(M-1)\sin \theta_i})^T, i = 1, 2, \dots, 2N+1$,则某观测时刻线阵在多重测量向量(Multiple Measurement Vectors, MMV)模型下的接收数据为:

$$\mathbf{X} = \mathbf{AS} + \mathbf{G}, \quad (1)$$

其中, $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_L]$, L 表示接收数据的快拍数, $\mathbf{X}_l = [x_{1l}, x_{2l}, \dots, x_{Ml}]^T$ 为第 l ($l \in [1, L]$) 个快拍的接收信号向量; $\mathbf{S} = [\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \dots, \mathbf{S}_L]$, $\mathbf{S}_l = [s_{1l}, s_{2l}, \dots, s_{(2N+1)l}]^T$ 为第 l 快拍的人射信号向量,每一个向量 \mathbf{S}_l 均有 K 个非零元素且非零元素位置均相同,非零元素的位置就是 K 个空间目标信号源的 DOA 信息,因此 \mathbf{S} 是一个 K 行稀疏矩阵; $\mathbf{G} = [\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \dots, \mathbf{G}_L]$ 表示加性高斯白噪声。

3 算法原理

式(1)中 K 行稀疏问题的求解,可以通过 $l_{2,0}$ 范数最小化来解决:

$$\min_{\mathbf{S}} \|\mathbf{S}\|_{2,0} \quad \text{st.} \quad \|\mathbf{X} - \mathbf{AS}\|_F \leq \epsilon, \quad (2)$$

其中, ϵ 表示噪声水平, $\|\cdot\|_F$ 表示矩阵的 Frobenius 范数, $\|\cdot\|_{2,0}$ 表示矩阵的 $l_{2,0}$ 范数。定义:

$$\gamma(\mathbf{S}^{i*}) = \begin{cases} 1, & \|\mathbf{S}^{i*}\|_2 > 0 \\ 0, & \|\mathbf{S}^{i*}\|_2 = 0 \end{cases}, i = 1, \dots, 2N+1,$$

其中, \mathbf{S}^{i*} 表示入射信号矩阵 \mathbf{S} 的第 i 行, $\|\mathbf{S}^{i*}\|_2$

表示 \mathbf{S} 第 i 行的 l_2 范数,因此:

$$\|\mathbf{S}\|_{2,0} = \sum_{i=1}^{2N+1} \gamma(\mathbf{S}^{i*}). \quad (3)$$

$\|\mathbf{S}\|_{2,0}$ 表示先对 \mathbf{S} 的每一行求 l_2 范数,得到一个 $(2N+1) \times 1$ 维的列向量,然后再对该列向量求 l_0 范数。

文献[14]采用高斯函数 $g_\sigma(s_i) = 1 - \exp(-|s_i|^2/2\sigma^2)$ 来近似 l_0 范数。为了使逼近性能更好,本文采用经过改进的平滑函数 $f_\sigma(s_i) = 1 - \exp(-|s_i|^p/\sigma)$ ($0 < p < 1$) 来近似 l_0 范数[14],文献[14]已经证明,该平滑函数具有比高斯函数更好的近似效果。然后对该函数进行加权处理,并推广到 MMV 模型下,即:

$$h_\sigma(\omega_i, \mathbf{S}^{i*}) = 1 - \omega_i \cdot \exp(-\|\mathbf{S}^{i*}\|_2^p/\sigma), \quad (4)$$

其中, $\|\mathbf{S}^{i*}\|_2^p$ 表示 $\|\mathbf{S}^{i*}\|_2$ 的 p 次方, ω_i 表示选取的权值。根据 l_0 范数的定义,在理想状态下有:

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} h_\sigma(\omega_i, \mathbf{S}^{i*}) = \begin{cases} 1, & \omega_i = 0, \|\mathbf{S}^{i*}\|_2 \neq 0 \\ 0, & \omega_i = 1, \|\mathbf{S}^{i*}\|_2 = 0 \end{cases}. \quad (5)$$

考虑噪声存在的情况,有:

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} h_\sigma(\omega_i, \mathbf{S}^{i*}) \approx \begin{cases} 1, & \omega_i \rightarrow 0, \|\mathbf{S}^{i*}\|_2 \gg \sigma \\ 0, & \omega_i \rightarrow 1, \|\mathbf{S}^{i*}\|_2 \ll \sigma \end{cases}. \quad (6)$$

其中, $\|\mathbf{S}^{i*}\|_2 \gg \sigma$ 表示 $\|\mathbf{S}^{i*}\|_2$ 趋近于零,是一个较小的元素; $\|\mathbf{S}^{i*}\|_2 \ll \sigma$ 表示 $\|\mathbf{S}^{i*}\|_2$ 是一个较大的元素。由式(6)可知,在迭代过程中,较小的元素 $\|\mathbf{S}^{i*}\|_2$ 应给定一个较大的权值,而较大的元素应给定一个较小的权值,这样才能加速获得稀疏解。许多文献均采用倒数加权的方式[17,18],即在第 l 次迭代时,权值选取为 $\omega_i =$

$$\frac{1}{\|\hat{\mathbf{S}}^{i*}\|_2 + \tau} \quad (\|\hat{\mathbf{S}}^{i*}\|_2 \text{ 表示第 } l-1 \text{ 次迭代所得}$$

信号矩阵 $\hat{\mathbf{S}}$ 第 i 行的 l_2 范数, τ 表示一个小的正数,其作用是防止 $\|\hat{\mathbf{S}}^{i*}\|_2$ 的值趋近于零时权值无法计算),在这种权值选取方式下,常数 τ 的取值往往依靠经验判断,而稀疏重构解很容易受到 τ 的影响,其重构性能甚至不能达到未加权时的效果。本节采用的加权方式为:

$$\omega_i = \exp(-\|\hat{\mathbf{S}}^{i*}\|_2^p/\sigma), i = 1, \dots, 2N+1. \quad (7)$$

显然,式(7)的加权方式满足式(6)的要求。

经过加权后, $\lim_{\sigma \rightarrow 0} h_{\sigma}(\omega_i, \mathbf{S}^{i*}) = \begin{cases} 1, & \|\mathbf{S}^{i*}\|_2 > 0 \\ 0, & \|\mathbf{S}^{i*}\|_2 = 0 \end{cases}$,

因此 $\lim_{\sigma \rightarrow 0} h_{\sigma}(\omega_i, \mathbf{S}^{i*}) = \gamma(\mathbf{S}^{i*})$, 则 $\|\mathbf{S}\|_{2,0}$ 可以由下式表示:

$$\|\mathbf{S}\|_{2,0} = \sum_{i=1}^{2N+1} \gamma(\mathbf{S}^{i*}) = \lim_{\sigma \rightarrow 0} H_{\sigma}(\mathbf{S}) = \lim_{\sigma \rightarrow 0} \sum_{i=1}^{2N+1} h_{\sigma}(\omega_i, \mathbf{S}^{i*}) \quad (8)$$

因此,式(2)可以通过式(9)求出:

$$\min_{\mathbf{S}} \lim_{\sigma \rightarrow 0} H_{\sigma}(\mathbf{S}) \quad \text{st.} \quad \|\mathbf{X}-\mathbf{A}\mathbf{S}\|_F^2 \leq \epsilon, \quad (9)$$

其中: σ 的大小表示逼近的程度。选择一个递减序列 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots$, 然后对每一个 σ_i 所对应的目标函数进行优化求解, 直到 σ_i 足够小, 此时便可得到逼近的最优解。

多快拍加权平滑 l_0 范数 DOA 估计方法包括两个循环。首先根据接收数据的初始解确定一个恰当的递减的 $\{\sigma\}$ 序列 $[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_J]$, 序列的个数为 J , σ_j 表示序列的最小值, 外循环则控制 σ 的取值由大到小。然后对每一个 σ_i 值, 采用最速下降法来求解 $H_{\sigma}(\mathbf{S})$ 的最小值, 最后将该 σ_i 值作为下一次迭代的初始值。内循环则是梯度投影的过程。下面给出多快拍加权平滑 l_0 范数波达方向估计方法的具体步骤:

(1)初始化: 计算初值 $\hat{\mathbf{S}} = \min \|\mathbf{X}-\mathbf{A}\mathbf{S}\|_F^2$; 选择 $\sigma = 2 \max(\|\hat{\mathbf{S}}^{\rightarrow}\|_2)(\|\hat{\mathbf{S}}^{\rightarrow}\|_2$ 表示对矩阵 $\hat{\mathbf{S}}$ 的每一行求 l_2 范数后所得的列向量), $j=1$;

(2)令 $\sigma = \sigma_j, l=1$, 采用最速下降法通过 L 次迭代来求解函数 $H_{\sigma}(\mathbf{S})$ 的最小值:

(a) 计算权值 $\omega_i = \exp(-\|\hat{\mathbf{S}}^{i*}\|_2/\sigma_j)$;

(b) 求解 $-H_{\sigma}(\mathbf{S})$ 的梯度;

$\delta = [\hat{\mathbf{S}}^{1*} \cdot \exp(-\|\hat{\mathbf{S}}^{1*}\|_2/\sigma) \cdot \omega_1; \dots; \hat{\mathbf{S}}^{2N+1*} \cdot \exp(-\|\hat{\mathbf{S}}^{2N+1*}\|_2/\sigma) \cdot \omega_{2N+1}]$

(c) $\hat{\mathbf{S}} \leftarrow \hat{\mathbf{S}} - \mu \delta$ (步长因数 μ 为一个正小数);

(d) 梯度投影 $\hat{\mathbf{S}} = \hat{\mathbf{S}} - \mathbf{A}^H (\mathbf{A}\mathbf{A}^H)^{-1} (\mathbf{A}\hat{\mathbf{S}} - \mathbf{X})$;

(e) $l=l+1$, 如果 $l < L$, 重复(a)、(b)、(c)和(d)的过程。

(3) $j=j+1, \sigma_j = \eta \sigma_{j-1}$ (η 表示 $\{\sigma\}$ 序列递减因子), 重复步骤 2), 直到 $\sigma_j < \sigma_j$, 则此时得到的解就是 \mathbf{S} 的最稀疏解 $\hat{\mathbf{S}}$, 然后对 $\hat{\mathbf{S}}$ 的每一行求 l_2

范数, 得到一个 $(2N+1) \times 1$ 维的列向量, 该列向量中非零元素的位置就是所估计的目标信号源 DOA。

本文所选参数按照文献[16]给定, 其中 $p=0.5, \mu=0.6, \eta=0.5$ 。下面给出序列最小值 σ_j 的计算方法: 对测量矩阵 \mathbf{A} 进行奇异值分解 $\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H, \mathbf{U} = (\mathbf{U}_1 \mathbf{U}_2), \mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_1 & \\ & \mathbf{\Sigma}_2 \end{bmatrix}, \mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix}$, 其中 $\mathbf{\Sigma}_1$ 和 \mathbf{U}_1 分别由较大特征值及其所对应的特征向量组成, $\mathbf{\Sigma}_2$ 和 \mathbf{U}_2 分别由较小特征值及其所对应的特征向量组成, 则 $\sigma_j = E(\max(|\mathbf{A}^H \mathbf{U}_1 \mathbf{\Sigma}_1^{-2} \mathbf{U}_1^H|))$, 相关证明过程详见文献[16]。

4 实验验证与分析

本节将通过 MATLAB 仿真实验验证所提 MWSL0 方法的有效性, 并与未加权的多快拍平滑 l_0 范数 DOA 估计方法, 即 MSL0 方法进行实验对比以分析其性能。实验中将观测空间按等角度划分为 181 个网格, 每个网格为 1° ; 阵列结构为均匀线阵, 阵元间距为半波长, 噪声为加性高斯白噪声。各方法均进行 500 次蒙特卡洛实验, DOA 估计的均方根误差 (RMSE) 定义为:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{KM_c} \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^{M_c} [\hat{\theta}_{km} - \theta_{km}]^2}, \quad (10)$$

式中: K 表示空间目标信号源总的个数; M_c 表示总的蒙特卡洛独立实验次数; θ_{km} 表示第 k 个空间目标信号源在第 m 次实验的 DOA 真实值; $\hat{\theta}_{km}$ 表示空间目标信号源的 DOA 估计值。

实验一: MWSL0 方法的有效性验证实验。设空间两个窄带目标信号源的 DOA 分别为 0° 和 30° , 在信噪比 $\text{SNR}=0\text{dB}$ 、阵元数 $M=16$ 和快拍数 $L=8$ 的情况下, 本文所提 MWSL0 方法的 DOA 估计效果如图 1 所示。图 1 表明, 两个最大谱峰所在位置即为两个空间目标信号源的 DOA。因此, 本实验说明所提 MWSL0 方法是有效可行的。

实验二: 不同信噪比时的估计性能对比实验。设空间两个窄带目标信号源的 DOA 分别为 0° 和 30° , 阵元数 $M=16$ 。在快拍数分别为 $L=16$ 和 $L=32$ 时, 两种方法在各信噪比条件下的 DOA

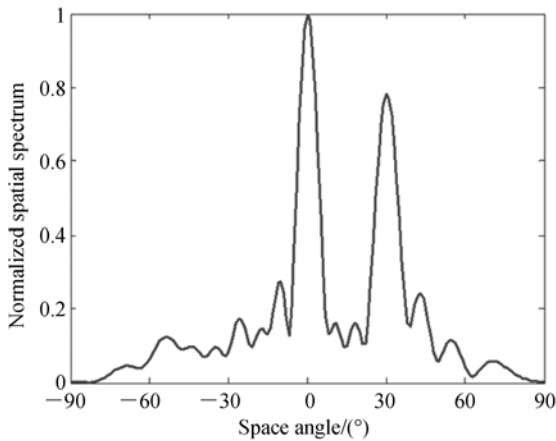


图 1 MWSL0 方法的 DOA 估计效果

Fig. 1 DOA estimation result of MWSL0 method

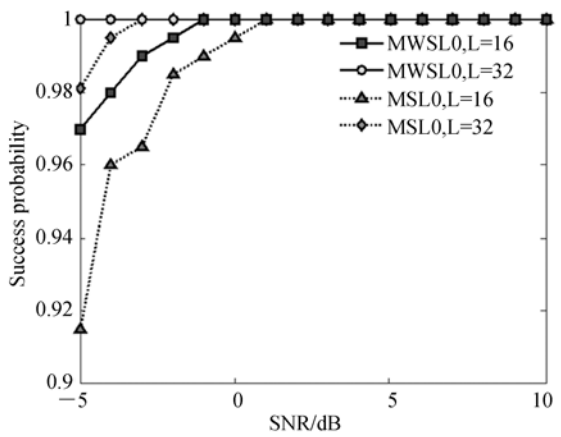


图 3 不同信噪比时 DOA 估计的成功概率

Fig. 3 Success probability of DOA estimation with different SNR

估计均方根误差和成功率(估计偏差不大于 1° 的次数)如图 2 和图 3 所示。

由图 2 和图 3 可知,两种方法的均方根误差都随着信噪比的增加而不断减小,同时估计成功率不断增大。在两种快拍数条件下,当信噪比较高时,两种方法的估计性能基本相当;而当信噪比较低时,本文所提方法的优势更加明显。在相同快拍数条件下,不同信噪比时 MWSL0 方法均要比 MSL0 方法具有更低的均方根误差和更高的估计成功率,充分说明本文所提 MWSL0 方法均要 MSL0 方法具有更有的估计性能。

设空间两个窄带目标信号源的 DOA 分别为 0° 和 30° 。在信噪比 $SNR=0$ dB,快拍数分别为 $L=16$ 和 $L=32$ 的条件下, MWSL0 方法及 MSL0 方法在不同元数时的 DOA 估计均方根误差和成功率(估计偏差不大于 1° 的次数)如图 4 和图 5 所示。

由图 4 和图 5 可知,两种方法的均方根误差都随着阵元数的增加而不断减小,同时估计成功率不断增大。在两种快拍数条件下,本文所提方法的估计性能均更好。其中,在快拍数 $L=16$ 的条件下,当阵元数 $M=10$ 时,本文所提方法的均方根误差约为 1° ,成功概率达到 96%,而在快拍数 $L=32$ 的条件下,本文所提方法的成功概率

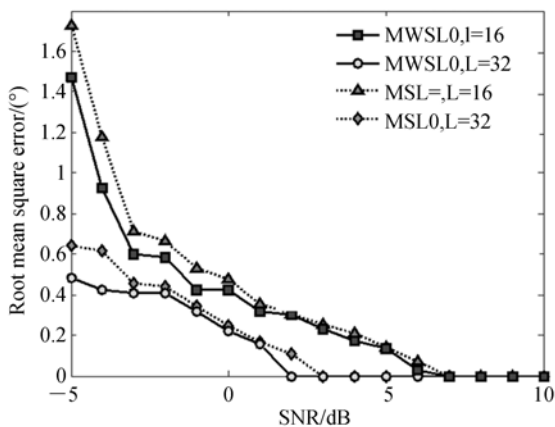


图 2 不同信噪比时 DOA 估计的均方根误差

Fig. 2 Root mean square error of DOA estimation with different SNR

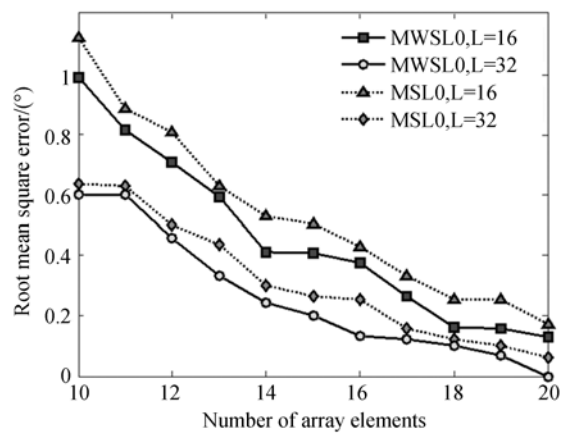


图 4 不同阵元数时 DOA 估计的均方根误差

Fig. 4 Root mean square error of DOA estimation with different array elements

实验三:不同阵元数时的估计性能对比实验。

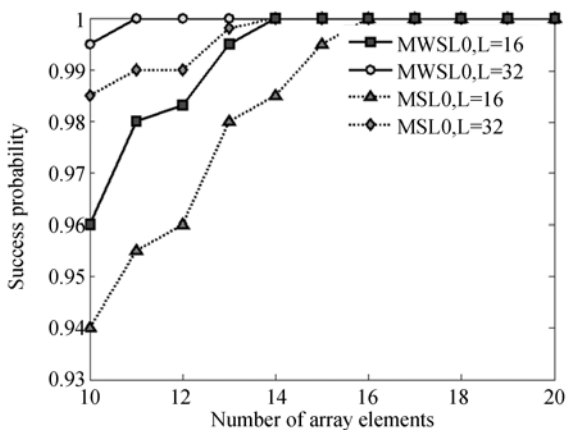


图 5 不同阵元数时 DOA 估计的成功概率

Fig. 5 Success probability of DOA estimation with different array elements

在阵元数 $M=11$ 时就已达 100%，与 MSL0 方法相比性能明显较好。以上分析可知：本文所提方法相比未加权的多快拍平滑 l_0 范数 DOA 估计方法估计性能更优，可以在更少的阵元数条件下取得更优的估计性能。

参考文献：

- [1] 单泽彪, 石要武, 刘小松, 等. 应用人工蜂群算法的动态波达方向跟踪[J]. 光学精密工程, 2015, 23(3): 838-845.
SHAN Z B, SHI Y W, LIU X S, et al.. DOA tracking of moving targets by artificial bee colony algorithm[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(3): 838-845. (in Chinese)
- [2] TIAN Y, SUN X Y, QIN Y D. DOA estimation in unknown colored noise using covariance differencing and sparse signal recovery[J]. *Journal of China Universities of Posts & Telecommunications*, 2014, 21(3): 106-112.
- [3] SHAGHAGHI M, VOROBYOV S A. Subspace leakage analysis and improved DOA estimation with small sample size[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(12): 3251-3265.
- [4] OTTERSTEN B, VIBERG M, STOICA P, et al.. Exact and large sample maximum likelihood techniques for parameter estimation and detection in array processing [J]. *Radar Array Processing*, 1993:

5 结 论

针对现有基于压缩感知的 DOA 估计算法估计精度不高的问题, 本文提出一种多快拍加权平滑 l_0 范数 DOA 估计方法。所提方法采用一种新的加权方式, 在构造一个恰当的平滑连续函数后, 根据接收数据的初始解确定一个合适的递减的 $\{\sigma\}$ 序列 $[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_J]$, 并对每一个 σ 值, 用最速下降法来求解 l_0 范数的逼近函数 $H_\sigma(\mathbf{S})$ 的最小值; 然后将该 σ 值作为下一次迭代的初始值, 并在每次迭代开始时更新权值, 通过多次的迭代获得逼近函数的最小解即逼近的最小 l_0 范数。所提方法可对 DOA 进行有效估计, 且容易实现、精度较高, 与未加权的多快拍平滑 l_0 范数 DOA 估计方法相比具有更好的估计性能。最后通过仿真实验对所提方法进行了验证, 结果表明: 本文所提方法在快拍数 $L=32$ 、信噪比 $\text{SNR}=-5$ dB 和阵元数 $M=16$ 的条件下, 对两个窄带目标信号 DOA 进行估计的均方根误差为 0.480° , 基本达到了阵列信号处理中目标参数估计的设计要求。

99-151.

- [5] SCHMIDT R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 276-280.
- [6] ROY R, KAILATH T. Estimation-a subspace rotation approach to estimation of parameters of cisoids in noise [J]. *IEEE Transaction on Acoustic, Speech and Signal Processing*, 1986, 34(10): 1340-1342.
- [7] CANDÉS E J. Compressive Sampling [C]. *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Madrid, Spain: ICM*, 2006: 1433-1452.
- [8] WEI J, HUANG Y, LU K, et al.. Nonlocal low-rank-based compressed sensing for remote sensing image reconstruction[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2016, 13(10): 1557-1561.
- [9] WANG W, WU R. High resolution direction of arrival (DOA) estimation based on improved orthogonal matching pursuit (OMP) algorithm by iterative local searching. [J]. *Sensors*, 2013, 13(9): 11167-11183.

- [10] WANG L, ZHAO L, BI G, *et al.*. Novel wide-band DOA estimation based on sparse bayesian learning with dirichlet process priors [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(2): 1-1.
- [11] YU K, ZHANG Y D, BAO M, *et al.*. DOA estimation from one-bit compressed array data via joint sparse representation[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2016, 23(9):1279-1283.
- [12] AMIN M G, WANG X, ZHANG Y D, *et al.*. Sparse arrays and sampling for interference mitigation and DOA estimation in GNSS[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2016, 104(6):1-16.
- [13] MALIOUTOV D, MEMBER S, ÇETIN M, *et al.*. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(8):3010-3022.
- [14] MOHIMANI H, BABAIE-ZADEH M, JUTTEN C. A fast approach for overcomplete sparse decomposition based on smoothed norm [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(1): 289-301.
- [15] KHORSANDI R, TAALIMI A, ABDEL-MOT-TALEB M. Robust biometrics recognition using joint weighted dictionary learning and smoothed L_0 norm[C]. 2015 *IEEE 7th International Conference on Biometrics Theory, Applications and Systems*, Arlington, VA, USA, BTAS, 2015: 1-6.
- [16] 冯俊杰, 张弓, 文方青. 基于 SL_0 范数的改进稀疏信号重构算法[J]. *数据采集与处理*, 2016, 31(1):178-183.
- FENG J J, ZHANG G, WEN F Q. A improved algorithm of sparse signal reconstruction based on Smoothed L_0 norm[J]. *Data acquisition and processing*, 2016, 31(1):178-183. (in Chinese)
- [17] FANG X F, ZHANG J S, LI Y Q. Sparse signal reconstruction based on multiparameter approximation function with smoothed norm[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, 2014(6):1-9.
- [18] PANT J K, LU W S, ANTONIOU A. Reconstruction of sparse signals by minimizing a re-weighted approximate ℓ_0 -norm in the null space of the measurement matrix[C]. 2010 *53rd IEEE International Midwest Symposium on Circuits and Systems Seattle*, WA, USA, MWSCAS, 2010: 430-433.

作者简介:



单泽彪(1986—),男,河北邢台人,讲师,2010年于吉林化工学院获得学士学位,2016年于吉林大学获得博士学位,主要从事声光电检测与现代信号处理、雷达与阵列信号处理的研究。E-mail: zbsshan@126.com

通信作者:



王春阳(1964—),女,吉林长春人,教授,博士生导师,2013年于吉林大学获得博士学位,主要从事复杂运动系统高精稳定控制、光电精密检测与信息处理技术。E-mail: wangchunyang19@163.com